

TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ

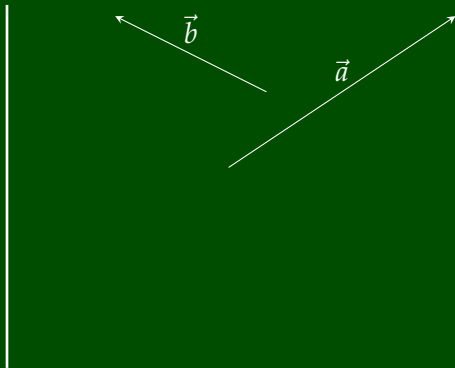
GIÁO VIÊN TOÁN THPT LONG TRƯỜNG

November 13, 2021



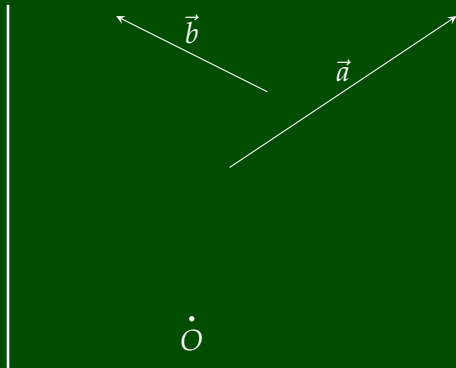
1. Góc giữa hai vectơ.

► Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$.



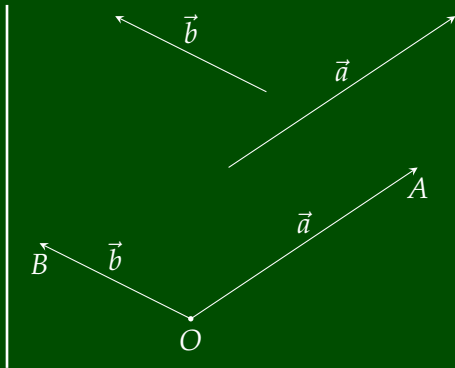
1. Góc giữa hai vectơ.

► Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$.



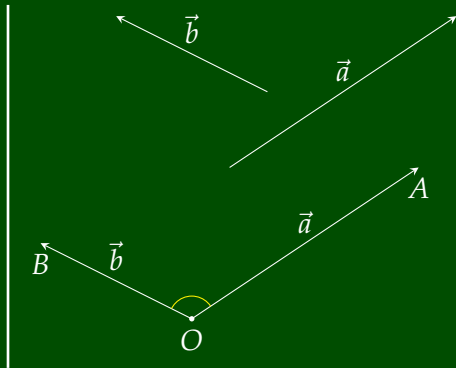
1. Góc giữa hai vectơ.

- ▶ Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$.
- ▶ Dựng $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$.



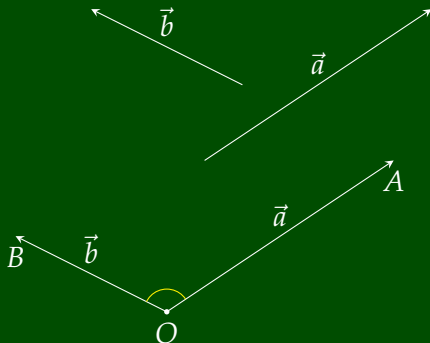
1. Góc giữa hai vectơ.

- ▶ Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$.
- ▶ Dựng $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$.
- ▶ $\widehat{AOB}$ là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.



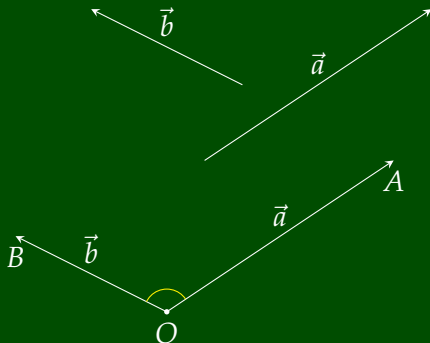
1. Góc giữa hai vectơ.

- ▶ Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$.
- ▶ Dựng $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$.
- ▶ $\widehat{AOB}$ là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
- ▶ Kí hiệu góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là $(\vec{a}, \vec{b})$



1. Góc giữa hai vectơ.

- ▶ Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$.
- ▶ Dựng $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$.
- ▶ $\widehat{AOB}$ là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
- ▶ Kí hiệu góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là $(\vec{a}, \vec{b})$
- ▶ Nếu $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$ thì $\vec{a} \perp \vec{b}$.



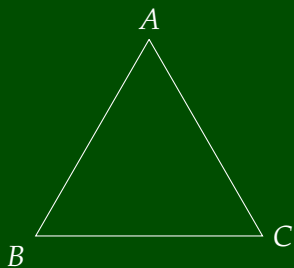
Ví dụ 1

Cho $\triangle ABC$ là tam giác đều. Xác định góc giữa các cặp vector sau:

a. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

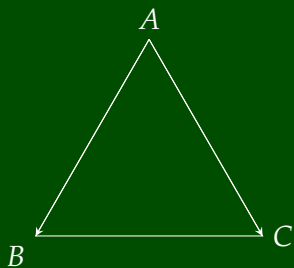
b. $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BA})$





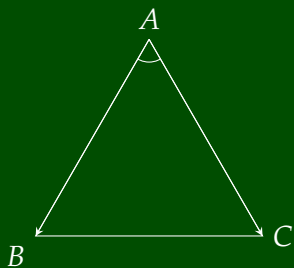
$$a. \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right)$$





$$a. \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right)$$

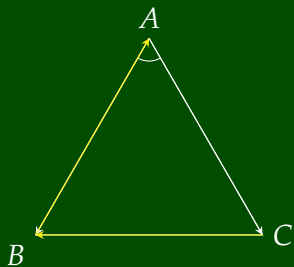




$$a. \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right)$$

$$\rightarrow \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right) = \widehat{BAC} = 60^\circ$$



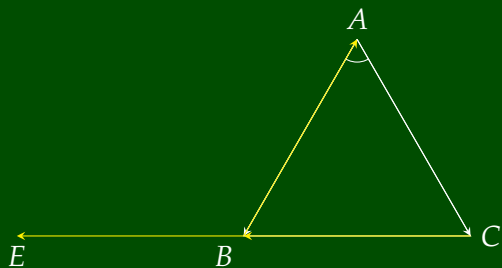


$$a. \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right)$$

$$\rightarrow \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right) = \widehat{BAC} = 60^\circ$$

$$b. \left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BA} \right)$$



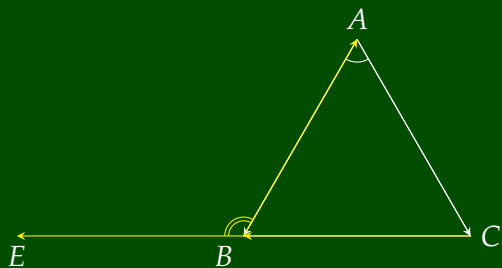


$$a. (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$$

$$\rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 60^\circ$$

$$b. (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BA})$$





$$a. (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$$

$$\rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 60^\circ$$

$$b. (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BA})$$

$$\rightarrow (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BA}) = (\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BA}) = \widehat{ABE} = 120^\circ$$



2. Tích vô hướng của hai vectơ.



2. Tích vô hướng của hai vectơ.

► Định nghĩa:

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. **Tích vô hướng** của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức sau:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \left(\vec{a}, \vec{b} \right).$$



2. Tích vô hướng của hai vectơ.

➤ Định nghĩa:

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. **Tích vô hướng** của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức sau:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \left(\vec{a}, \vec{b} \right).$$

➤ Chú ý: Với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$, ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.



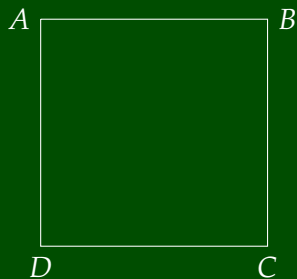
Ví dụ 2

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 2. Tính giá trị của các tích vô hướng sau:

a. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

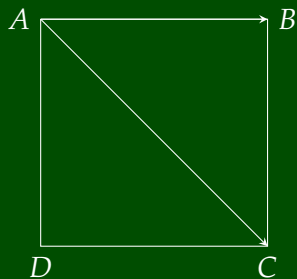
b. $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CD}$





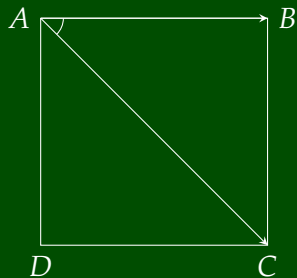
$$a. \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$





$$a. \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

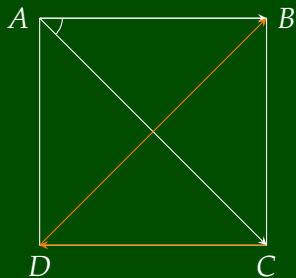




$$a. \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = \\ 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} &= 4 \end{aligned}$$





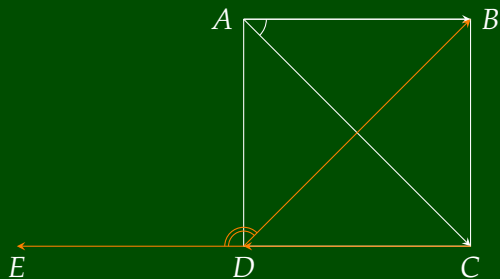
$$a. \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = \\ 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} &= 4 \end{aligned}$$

$$b. \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CD}$$



$$b.\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{CD}$$



$$a. \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = \\ 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} &= 4 \end{aligned}$$

$$b. \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CD}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CD} &= BD \cdot CD \cdot \cos 135^\circ = \\ 2\sqrt{2} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) &= -4 \end{aligned}$$



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Cho $\triangle ABC$ là tam giác đều có cạnh bằng 2. Gọi H là trung điểm của BC . Tính các tích vô hướng sau:

a. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$

b. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$

c. $\overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{AB}$

d. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{HB}$

